

Inhaltsverzeichnis

1 Signale	1
1.1 Charakterisierung von Signalen	1
1.2 Häufig verwendete Testsignale	8
Literaturverzeichnis	16
2 Signalmräume und diskrete Signaldarstellungen	17
2.1 Signalmräume	17
2.1.1 Vektorräume	17
2.1.2 Metrische Räume	20
2.1.3 Normierte Räume	23
2.1.4 Räume mit Skalarprodukt	27
2.2 Orthogonalreihen	32
2.2.1 Berechnung der Koeffizienten	32
2.2.2 Orthogonale Projektion	33
2.2.3 Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren	34
2.2.4 Die Parseval'sche Gleichung	35
2.2.5 Vollständige orthonormale Funktionensysteme	36
2.2.6 Die Fourier-Reihenentwicklung	37
2.3 Allgemeine Reihenentwicklungen	38
2.3.1 Berechnung der Koeffizienten	39
2.3.2 Orthogonale Projektion	43
2.3.3 Orthogonale Projektion von N-Tupeln	44
Literaturverzeichnis	46
3 Zeitkontinuierliche Signale und Systeme	47
3.1 Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zeitbereich	47
3.1.1 Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort	48
3.1.2 Impulsantworten ausgewählter LTI-Systeme	53
3.1.3 Stabilität von LTI-Systemen	53
3.1.4 Systemantwort auf Exponentialfunktionen	55
3.2 Die Fourier-Transformation	57
3.2.1 Definition	57
3.2.2 Beispiele für die direkte Auswertung des Fourier-Integrals	59
3.2.3 Symmetrien der Fourier-Transformation	60
3.2.4 Weitere Eigenschaften der Fourier-Transformation	63

3.2.5	Einige spezielle Fourier-Korrespondenzen	69
3.2.6	Die Parseval'sche Gleichung	71
3.2.7	Fourier-Transformation periodischer Signale	72
3.2.8	Fourier-Transformation der Dirac-Impulsfolge	72
3.2.9	Die Poisson'sche Summenformel	74
3.2.10	Zeit- und bandbegrenzte Signale	75
3.2.11	Das Gibbs'sche Phänomen	76
3.3	Energiedichte und Korrelation	76
3.3.1	Definition und Eigenschaften	76
3.3.2	Energiedichte und Korrelation bei der Übertragung durch LTI-Systeme	79
3.4	Frequenzbereichsanalyse von LTI-Systemen	80
3.4.1	Betrag, Phase und Gruppenlaufzeit	80
3.4.2	Ideale und reale Filter	81
3.5	Die Hilbert-Transformation	83
3.6	Kausale Signale und die Hilbert-Transformation	86
3.7	Repräsentation von Bandpasssignalen	87
	Literaturverzeichnis	94
4	Diskrete Signale und Systeme	95
4.1	Abtastung zeitkontinuierlicher Signale	95
4.1.1	Ideale und reale Abtastung	95
4.1.2	Das Abtasttheorem	97
4.2	Eingangs-Ausgangs-Beziehungen diskreter LTI-Systeme	104
4.2.1	Impulsantwort, Faltung und Sprungantwort	105
4.2.2	FIR-Filter	106
4.2.3	Rekursive Filter	108
4.2.4	Frequenzgang diskreter LTI-Systeme	111
4.3	Die zeitdiskrete Fourier-Transformation	114
4.3.1	Definition und Konvergenz	114
4.3.2	Eigenschaften der zeitdiskreten Fourier-Transformation	115
4.3.3	Zeitdiskrete Fourier-Transformation sinusförmiger Signale	118
4.4	Korrelation und Energiedichte	118
4.5	Die Z-Transformation	120
4.5.1	Definition und Konvergenzeigenschaften	120
4.5.2	Inverse Z-Transformation durch Integration	123
4.5.3	Inverse Z-Transformation durch Potenzreihenentwicklung	124
4.5.4	Inverse Z-Transformation durch Partialbruchzerlegung und Vergleich	126
4.5.5	Eigenschaften der Z-Transformation	129
4.6	Analyse diskreter LTI-Systeme	134
4.6.1	Pole und Nullstellen von FIR-Filtern	134
4.6.2	FIR-Filter mit linearer Phase	139
4.6.3	Entwurf von FIR-Filtern mit der Fenstertechnik	141
4.6.4	Pole und Nullstellen von rekursiven Filtern	146

4.6.5	Bestimmung der Impulsantwort eines rekursiven Filters	148
4.6.6	Stabilität diskreter Systeme	149
4.6.7	Minimalphasigkeit	152
4.6.8	Allpass-Filter	154
4.6.9	Entfaltung	156
4.6.10	Faktorisierung von rekursiven Systemen	157
4.7	Die Chirp-Z-Transformation	157
4.8	Zeitdiskrete Verarbeitung kontinuierlicher Signale	160
	Literaturverzeichnis	162
5	Diskrete Blocktransformationen	165
5.1	Die diskrete Fourier-Transformation (DFT)	165
5.2	Die schnelle Fourier-Transformation	172
5.2.1	Radix-2-Decimation-in-Time-FFT	172
5.2.2	Radix-2-Decimation-in-Frequency-FFT	175
5.2.3	Radix-4-FFT	176
5.2.4	Split-Radix-FFT	177
5.2.5	Weitere FFT-Algorithmen	178
5.3	Die schnelle Faltung auf Basis der FFT	180
5.4	Die diskrete Kosinustransformation	181
5.5	Die diskrete Sinustransformation	185
5.6	Die diskrete Hartley-Transformation	186
5.7	Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation	188
	Literaturverzeichnis	189
6	Charakterisierung und Transformation von Zufallsprozessen	191
6.1	Eigenschaften von Zufallsvariablen	191
6.2	Zeitkontinuierliche Zufallsprozesse	195
6.2.1	Korrelationsfunktionen und Stationarität	195
6.2.2	Spektrale Leistungsdichte	198
6.2.3	Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme	200
6.2.4	Suchfilter (Matched-Filter)	201
6.2.5	Stationäre Bandpassprozesse	202
6.3	Die zeitkontinuierliche Karhunen-Loève-Transformation	205
6.4	Zeitdiskrete Zufallsprozesse	208
6.4.1	Korrelation und Leistungsdichte	209
6.4.2	Transformation zeitdiskreter Zufallsprozesse durch lineare Systeme	210
6.4.3	Korrelationsmatrizen	211
6.4.4	Schätzung von Autokorrelationsfolgen und Leistungsdichtespektren	213
6.5	Die diskrete Karhunen-Loève-Transformation	215
6.6	Karhunen-Loève-Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse	218
6.7	Whitening-Transformation	220
6.8	Independent Component Analysis	222

Literaturverzeichnis	226
7 Multiratenysteme	227
7.1 Grundlegende Multiraten-Operationen	228
7.1.1 Filterung und Abtastratenumsetzung	228
7.1.2 Polyphasenzerlegung	230
7.1.3 Multiraten-Identitäten	232
7.1.4 Polyphasen-Interpolation und Dezimation	233
7.2 Zwei-Kanal-Filterbänke	236
7.2.1 Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang	236
7.2.2 Quadratur-Spiegel-Filter	237
7.2.3 Perfekt rekonstruierende Zwei-Kanal-Filterbänke	238
7.2.4 Polyphasendarstellung perfekt rekonstruierender Zwei-Kanal- Filterbänke	240
7.2.5 Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke	243
7.2.6 Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur	247
7.2.7 Lifting-Strukturen	249
7.3 Filterbänke in Baumstruktur	250
7.4 Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke	253
7.4.1 Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang gleichförmiger M-Kanal-Filterbänke	253
7.4.2 Polyphasendarstellung	255
7.4.3 Paraunitäre Filterbänke	257
7.4.4 Entwurf kritisch abgetasteter FIR-Filterbänke	258
7.5 DFT-Filterbänke	259
7.6 Kosinus-modulierte Filterbänke	261
7.6.1 Die modulierte überlappende Transformation	262
7.6.2 Kosinus-modulierte Filterbänke mit kritischer Abtastung	267
7.6.3 Überabgetastete kosinus-modulierte Filterbänke	271
7.6.4 Pseudo-QMF-Bänke	272
7.7 Überlappende orthogonale Transformationen	273
7.8 Analyse von Filterbank-Eigenschaften	275
7.8.1 Frame-Analyse	275
7.8.2 Bifrequenzanalyse	277
7.9 Beschreibung von Zufallsprozessen in Multiratenystemen	279
7.9.1 Spektren stationärer und instationärer Prozesse	279
7.9.2 Effekte der Abtastratenumsetzung	281
7.9.3 Signalstatistik in gleichförmigen Filterbänken	282
7.10 Teilbandzerlegung endlich langer Signale	285
7.11 Teilbandcodierung von Bildern	288
7.12 Transmultiplexer-Filterbänke	289
Literaturverzeichnis	291

8 Die Kurzzeit-Fourier-Transformation	295
8.1 Transformation analoger Signale	295
8.1.1 Definition	295
8.1.2 Zeit-Frequenz-Auflösung	296
8.1.3 Die Unschärferelation	298
8.1.4 Das Spektrogramm	300
8.1.5 Rücktransformation	302
8.2 Transformation zeitdiskreter Signale	303
8.3 Die schnelle Faltung mittels der STFT	307
8.4 Spektrale Subtraktion auf Basis der STFT	308
Literaturverzeichnis	310
9 Die Wavelet-Transformation	311
9.1 Die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation	311
9.2 Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse	315
9.3 Integrale Rücktransformation und Energieerhaltung	317
9.4 Wavelet-Reihen	319
9.4.1 Dyadische Abtastung	319
9.4.2 Erhöhung der Frequenzauflösung durch die Aufteilung von Oktaven	321
9.5 Die diskrete Wavelet-Transformation	323
9.5.1 Das Konzept der Mehrfach-Auflösung	323
9.5.2 Signalanalyse durch Multiraten-Filterung	329
9.5.3 Wavelet-Synthese durch Multiraten-Filterung	330
9.5.4 Eigenschaften der diskreten Filter	332
9.6 Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten	333
9.6.1 Die allgemeine Vorgehensweise	333
9.6.2 Momente	339
9.6.3 Regularität	341
9.6.4 Wavelets mit endlicher Zeitdauer	341
9.7 Wavelet-Familien	342
9.7.1 Biorthogonale linearphasige Wavelets	342
9.7.2 Orthonormale Daubechies-Wavelets	347
9.7.3 Coiflets	348
9.8 Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale	350
9.8.1 Der À-Trous-Algorithmus	351
9.8.2 Zeitdiskretes Morlet-Wavelet	355
9.9 Die Dual-Tree-Wavelet-Transformation	356
9.10 Wavelet-basierte Bildkompression	357
9.11 Spärliche Wavelet-Repräsentationen und ihre Anwendungen	358
9.11.1 Erzeugung spärlicher Repräsentationen	359
9.11.2 Wavelet-basierte Rauschreduktion	361
9.11.3 Komprimierte Abtastung	362
Literaturverzeichnis	363

10 Zeit-Frequenz-Verteilungen	365
10.1 Die Ambiguitätsfunktion	365
10.2 Die Wigner-Verteilung	369
10.2.1 Definition und Eigenschaften	369
10.2.2 Beispiele von Zeit-Frequenz-Verteilungen	372
10.2.3 Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen	374
10.2.4 Einfluss linearer Operationen	376
10.3 Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen	378
10.3.1 Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	379
10.3.2 Beispiele verschiebungsinvarianter Zeit-Frequenz-Verteilungen	381
10.3.3 Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	386
10.3.4 Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen	387
10.4 Das Wigner-Ville-Spektrum	389
Literaturverzeichnis	394
11 Parameter- und Signalschätzung	395
11.1 Prinzipien der Parameterschätzung	395
11.1.1 Maximum-a-posteriori-Schätzung	395
11.1.2 Maximum-Likelihood-Schätzung	398
11.1.3 Schätzung mit minimalem quadratischen Fehler	400
11.1.4 Eigenschaften von Schätzverfahren	400
11.2 Lineare Parameterschätzung	401
11.2.1 Lineare erwartungstreue Schätzungen	401
11.2.2 Lineare Schätzungen mit minimalem mittleren quadratischen Fehler (MMSE-Schätzer)	406
11.3 Lineare Optimalfilter	413
11.3.1 Wiener-Filter ohne Einschränkung der Filterlänge	413
11.3.2 Wiener-Filter mit endlicher Länge	416
11.3.3 Lineare Prädiktion um einen Schritt	419
11.3.4 Prädiktorentwurf auf Basis endlicher Datenmengen	423
11.4 Mehrkanalige Optimalfilter	426
11.4.1 Beschreibung der mehrkanaligen Filterung	426
11.4.2 Das MINT-Theorem	429
11.4.3 Mehrkanalige lineare Optimalfilter	431
11.4.4 Blinde Quellentrennung	435
Literaturverzeichnis	436
Anhang	439
A.1 Mathematische Methoden für die Verarbeitung von N-Tupeln	439
A.1.1 Die QR-Zerlegung	439
A.1.2 Die Moore-Penrose-Pseudoinverse	440
A.1.3 Der Nullraum	442
A.1.4 Householder-Transformationen	443
A.1.5 Givens-Rotationen	446
A.2 Multivariate Gaußprozesse	448

Literaturverzeichnis	451
A.3 Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen	452
A.4 Korrespondenztabelle	453
Sachverzeichnis	455